تاریخ ۷۷/۹/۱۹

شماره

پیوست

بسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف

امتحان میان‌ترم دوم جبر ۲

۲۲-۲۱۸

نیمسال اول ۷۷-۷۸

سؤال ۱. فرض کنید R یک حلقه جابجایی و یکدار باشد و I و P ایده‌آل‌هایی از آن طوری که P اول است. اگر $I\subseteq P$، ثابت کنید P شامل یک ایده‌آل اول مینیمال I است.

سؤال ۲. ثابت کنید هر حلقه اقلیدسی، یک حلقه ایده‌آل اصلی یکدار است.

سؤال ۳. فرض کنید R یک حلقه جابجایی و یکدار باشد و S یک زیرمجموعه بسته ضربی از R. ثابت کنید $\operatorname{spec}(S^{-1}R)=\{S^{-1}P \mid P\in \operatorname{spec}(R),\ P\cap S=\emptyset\}$.

سؤال ۴. فرض کنید R یک حوزه تجزیه یگانه باشد. ثابت کنید $R[x]$ نیز حوزه تجزیه یگانه است.

سؤال ۵. صورت محک آیزنشتاین را بطور دقیق بنویسید و آن را ثابت کنید.

سؤال ۶. فرض کنید R یک حلقه ایده‌آل اصلی باشد و $f:R\to R$ یک همریختی پوشا. ثابت کنید f یک به یک است.

سؤال ۷. فرض کنید R یک حلقه جابجایی و یکدار باشد، با این خاصیت که برای هر $p\in\operatorname{spec}(R)$: $R_p=0$. ثابت کنید $R=0$.

سؤال ۸. فرض کنید R یک حلقه موضعی باشد. ثابت کنید عناصر خودتوان R عبارتند از: ۰ و ۱.

سؤال ۹. فرض کنید R یک حوزه صحیح باشد که میدان نمی‌باشد. ثابت کنید $R[x]$ نمی‌تواند یک حوزه ایده‌آل اصلی باشد.

توزیع نمره:

سؤال‌های ۱، ۴، ۵ و ۹ هرکدام ۵ نمره،

سؤال‌های ۲، ۳، ۶، ۷ و ۸ هرکدام ۴ نمره.

مجموع: ۴۰ نمره.