

امتحان میان ترم دوم آنالیز ریاضی ۱

۲۲-۳۲۵

نیمسال اول ۸۴-۸۳

سؤال ۱. فرض کنید X یک فضای متریک فشرده باشد. ثابت کنید X دارای ویژگی هاینه-بورل است.

سؤال ۲. فرض کنید X و Y دو فضای متریک باشند و $f: X \rightarrow Y$ تابعی پیوسته. اگر X فشرده باشد، ثابت کنید f بر X پیوسته یکنواخت است.

سؤال ۳. فرض کنید $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی مشتقپذیر باشد و $f'(a) < \lambda < f'(b)$. ثابت کنید نقطه $x \in (a, b)$ موجود است که $f'(x) = \lambda$.

سؤال ۴. فرض کنید $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد که در هر نقطه درونی از $[a, b]$ مشتقپذیر است. اگر $f(a) = f(b) = 0$ ، ثابت کنید نقطه $x \in (a, b)$ موجود است که $f'(x) = f(x)$.

سؤال ۵. فرض کنید $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$. ثابت کنید f بر $[0, +\infty)$ پیوسته یکنواخت است.

توزیع غره: هر سؤال ۶ غره دارد.

مجموع: ۳۵ غره.