

مدت امتحان: ۳ ساعت

سه‌شنبه ۸۴/۳/۲۴

امتحان پایان‌ترم ریاضی عمومی ۲

۰۱۶-۲۲ (گروه‌های ۱ تا ۱۲)

نیمسال دوم ۸۴-۸۳

**سؤال ۱.** در بین مکعب مستطیل‌هایی که اضلاع آنها موازی محورهای مختصات است و نیز در بیضی‌گون به معادله  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  محاط هستند، طول اضلاع مکعب مستطیلی که بیشترین حجم را دارد محاسبه کنید.

**سؤال ۲.** فرض کنید  $A$  ناحیه‌ای باشد که بین خطوط  $y = x$ ،  $y = 1 - x$ ،  $y = 2 - x$ ، و منحنی  $x^2 - y^2 = 1$  محصور است. انتگرال  $\iint_A \frac{e^x}{e^y} dx dy$  را محاسبه کنید.

**سؤال ۳.** فرض کنید  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی مشتق‌پذیر با مشتق پیوسته و  $C$  خمی ساده، بسته، و قطعه به قطعه هموار در  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$  باشد. انتگرال  $\int_C f(\sqrt{x^2 + y^2})x dx + f(\sqrt{x^2 + y^2})y dy$  را محاسبه کنید.

**سؤال ۴.** فرض کنید میدان برداری  $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  به صورت  $F(x, y, z) = y^2 \cos xz \vec{i} + x^2 e^{yz} \vec{j} - e^{-xyz} \vec{k}$  تعریف شده است. همچنین فرض کنید  $S$  قسمتی از بیضی‌گون به معادله  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{(z-4)^2}{16} = 1$  باشد که بالای صفحه  $xy$  قرار دارد و جهت قائم یک بر آن رو به خارج است. انتگرال  $\iint_S \text{curl} F \cdot dS$  را محاسبه کنید.

**سؤال ۵.** فرض کنید میدان برداری  $F: \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^3$  به صورت  $F(X) = \frac{X}{|X|^3}$  تعریف شده است. همچنین فرض کنید  $S$  رویه به معادله  $|x| + |y| + |z| = 1$  باشد که جهت قائم یک بر آن رو به خارج است. انتگرال  $\iint_S F \cdot dS$  را محاسبه کنید.

توزیع نمره: هر سؤال ۴ نمره دارد.

مجموع: ۲۰ نمره.