



امتحان میان‌ترم اول گروه‌های منتهای

۲۲ - ۲۸۲⁺

نیمال دوم ۸۴ - ۸۳

سؤال ۱. فرض کنید G یک گروه باشد و N یک زیرگروه نرمال و آبلی از G . اگر G/N گروهی کامل باشد ثابت کنید G نیز کامل است.

سؤال ۲. فرض کنید G یک گروه باشد و برای $1 < i < n$ ، $G_i \text{ char } G$. اگر $G = \prod_{i=1}^n G_i$ ثابت کنید $\text{Aut } G \cong \prod_{i=1}^n \text{Aut } G_i$.

سؤال ۳. فرض کنید G یک گروه باشد و M مجموع‌ای منتهای از زیرگروه‌های نرمال مینیمال G . اگر $M := \prod_{N \in M} N$ و $U \trianglelefteq G$ ثابت کنید $\hat{M} \subseteq M$ موجود است طوری که $UM = U \times \left(\prod_{N \in \hat{M}} N \right)$.

سؤال ۴. فرض کنید G یک گروه منتهای از مرتبه n باشد. اگر برای هر مقسم علیه d از n ، گروه G حداکثر یک زیرگروه از مرتبه d داشته باشد ثابت کنید G دوری است.

سؤال ۵. فرض کنید G یک گروه منتهای باشد و $N \trianglelefteq G$. اگر $(|G:N|, |N|) = 1$ ثابت کنید $G \text{ char } N$.

سؤال ۶. فرض کنید G یک گروه منتهای غیربدیهی باشد طوری که $(|G|, 15) = 1$. ثابت کنید G دارای یک زیرگروه نرمال و آبلی غیربدیهی است.

(راهنمایی: حکم زیر را که از قضیه رده بندی گروه‌های ساده منتهای نتیجه می‌شود داشته فرض کنید:

"اگر S یک گروه ساده منتهای باشد با این ویژگی که $3 \nmid |S|$ یا $5 \nmid |S|$ ، آنگاه $|S|$ عددی اول است."

توزیع نمره: سؤال‌های ۱ و ۲: ۵ نمره، سؤال‌های ۳ و ۴: ۷ نمره، سؤال‌های ۵ و ۶: ۸ نمره.

مجموع: ۵۰ نمره.