



امتحان میان‌ترم دوم گروه‌های متناهی

۲۲-۲۸۲⁺

نیم‌سال دوم ۸۴-۸۳

سؤال ۱. فرض کنید G یک گروه آبلی متناهی باشد و U زیرگروهی دوری از G با مرتبه ماکزیمال. ثابت کنید U در G دارای مکمل می‌باشد.

سؤال ۲. صورت قضیه کسلی را به طور دقیق بنویسید و آن را ثابت کنید.

سؤال ۳. فرض کنید G یک گروه متناهی باشد و N زیرگروهی نرمال از آن. اگر P یک p -زیرگروه سیلو از N باشد، ثابت کنید $G = N_G(P)N$.

سؤال ۴. فرض کنید G یک گروه متناهی باشد و H و K دو زیرگروه از آن با این ویژگی که برای هر $x \in G \setminus H$ ، $H \cap H^x = 1$ و برای هر $y \in G \setminus K$ ، $K \cap K^y = 1$. الف) اگر $|G:H|$ توانی از عدد اول p باشد ثابت کنید G گروهی p -سته است.

ب) اگر H و K غیربدیهی باشند ثابت کنید $u \in G$ موجود است که $H \cap K^u \neq 1$.

سؤال ۵. فرض کنید $p < q$ اعدادی اول باشند و G گروهی از مرتبه p^2q که نه p -سته است و نه q -سته. گروه G را شناسایی کنید.

سؤال ۳: ۴ نمره،

سؤال ۱: ۱۰ نمره، سؤال ۲: ۶ نمره،

توزیع نمره:

سؤال ۵: ۵ نمره.

سؤال ۴: الف) ۵ نمره، ب) ۵ نمره،

مجموع: ۴۰ نمره.