



امتحان پایان ترم گروه های منهای

۲۲-۲۸۲⁺

نیمال دوم ۸۴-۸۳

سؤال ۱. صورت قضیه Schur-Zassenhaus را به طور دقیق بنویسید و آنرا ثابت کنید. (توجه: نوشتن تعاریف و اثبات کم های مورد نیاز ضروری است.)

سؤال ۲. الف) گروه فروبنیوس، مکمل فروبنیوس و هسته فروبنیوس را تعریف کنید. ب) صورت قضیه فروبنیوس را به طور دقیق بنویسید و آنرا در حالتی که مرتبه مکمل فروبنیوس عددی زوج است ثابت کنید.

سؤال ۳. فرض کنید $p > 4$ اعدادی اول باشند و G گروهی از مرتبه $p^2 q^2$. اگر $|G| \neq 36$ ، ثابت کنید G گروهی p -سته می باشد.

سؤال ۴. فرض کنید G یک گروه منهای و کامل باشد که به طور وفادار و اولیه روی مجموعه منهای Ω عمل می کند. اگر $w \in \Omega$ و زیرگروه آبله K از G_w که در G_w نرمال است موجود باشند با این ویژگی که $G = \langle K^g : g \in G \rangle$ ، ثابت کنید G ساده است.

سؤال ۵. فرض کنید F یک میدان دلخواه باشد و G یک گروه منهای. ثابت کنید عدد طبیعی n موجود است که G با زیرگروهی از $GL_n(F)$ یکرخت است. (توجه: $GL_n(F)$ گروه ماتریس های $n \times n$ وارون پذیر با درآیه های در F می باشد که عمل آن ضرب متداول ماتریس ها است. این گروه به گروه خطی عام معروف است.)

توزیع نمره: سؤال ۱: ۱۵ نمره، سؤال ۲: ۳ + ۱۲ نمره، بقیه سؤالات: هر کدام ۱۰ نمره.

مجموع: ۶۰ نمره.