



دانشگاه صنعتی شریف

بیتالی

امتحان خانگی

۸۴/۱۰/۱۰



جبر پیشرفته

۶۱۰۳-۱۸۴

نیمسال اول ۸۴-۸۵

جبر ۳

۲۲-۲۱۹<sup>+</sup>

نیمسال اول ۸۴-۸۵

در این امتحان منظور از حلقه، حلقه‌ای یکدرا و همواره  $0 \neq 1$ .

سؤال ۱. فرض کنید  $D$  حلقه تقسیم و  $n$  عددی طبیعی باشد.  $S$  را حلقه ماتریس‌های  $n \times n$  با درآیه‌های در  $D$  و  $R$  را زیرحلقه‌ای از آن متشکل از کلیه ماتریس‌های بالا مثلثی در نظر بگیرید. ثابت کنید  $E(R) \cong_R S$ .

(راهنمایی: نشان دهید که  $R$  به عنوان  $R$ -مدول چپ، زیرمدول اساسی  $R$ -مدول چپ  $S$  است و نیز  $S$  یک  $R$ -مدول چپ انزوترواست.)

سؤال ۲. فرض کنید  $R$  حلقه جابه‌جایی و  $M$ ،  $R$ -مدول متناهی مولد باشد. ثابت کنید  $M$  نوتری است اگر و فقط اگر برای هر  $\mathfrak{p} \in \text{Spec}(R)$ ، زیرمدول  $\mathfrak{p}M$  از  $M$  متناهی مولد باشد. (راهنمایی: نشان دهید که اگر زیرمدول  $N$  از  $M$  موجود باشد با این ویژگی که  $N$  در میان زیرمدول‌هایی از  $M$  که متناهی مولد نمی‌باشند ماکسیمال باشد آنگاه  $\text{Ann}(\frac{M}{N}) \in \text{Spec}(R)$ .)

توزیع نمره. هر سؤال ۱۰ نمره دارد.

مجموع: ۲۰ نمره.

\* پاسخ سوالات این امتحان را روز دوشنبه ۱۹/۱۰/۸۴ تحویل دهید.