

مدت امتحان: ۲ ساعت و نیم

پنجشنبه ۸۵/۱/۳۱

امتحان میان ترم معادلات دیفرانسیل

۲۲-۰۳۴ (گروه‌های ۱ تا ۱۲)

نیمسال دوم ۸۵-۸۴

سؤال ۱. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را به دست آورید.

$$y' + \frac{1}{x \ln x} y = 3x^2 \quad (x > 0, x \neq 1)$$

سؤال ۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل برنولی زیر را به دست آورید.

$$y' - y + xe^{-2x}y^3 = 0$$

سؤال ۳. تمام توابع مشتق پذیر $y: [-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}] \rightarrow [-1, 1]$ را که در معادله زیر صدق می‌کنند پیدا کنید.

$$y(x) + \int_0^x \frac{y(t) + 9}{y(t) + 2t + 3} dt = 0$$

سؤال ۴. اگر $a \neq 0$ و b اعداد حقیقی باشند، جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را به دست آورید.

$$y'' + a^2 y = \sin bx$$

سؤال ۵. فرض کنید a, b و c اعداد حقیقی مثبت باشند. اگر $y = y(x)$ جواب دلخواهی از معادله دیفرانسیل

$$ay'' + by' + cy = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$$

سؤال ۶. فرض کنید p و q دو تابع حقیقی (نه لزوماً پیوسته) روی بازه بسته $[a, b]$ باشند با این ویژگی که برای هر

$x \in [a, b]$ ، $q(x) < 0$ ، $y = 0$ تنها جواب مسأله مقدار مرزی زیر است.

$$\begin{cases} y'' + p(x)y' + q(x)y = 0 \\ y(a) = y(b) = 0 \end{cases}$$

(راهنمایی: اگر $y = y(x)$ جواب دلخواهی از مسأله باشد، از اینکه y ماکزیمم مطلق یا مینیمم مطلق خود را در $[a, b]$

اختیار می‌کند استفاده کنید و سپس آزمون مشتق دوم را به کار گیرید.)

توزیع نمره: سؤال‌های ۱، ۲، ۵ و ۶: ۱۵ نمره، سؤال‌های ۳ و ۴: ۲۰ نمره.