



امتحان پایان ترم جبر جابه جایی

۲۲-۲۴۳+

نیمسال اول ۸۶-۸۵

در این امتحان منظور از حلقه، حلقه جابه جایی و یکدراست و $0 \neq 1$.
 برای هر هم‌رختی حلقه‌های $S \rightarrow R \xrightarrow{\varphi} S$ ، $\varphi(1_R) = 1_S$ و برای هر زیر حلقه
 S از R ، $1_S = 1_R$. منظور از R -مدول M ، R -مدول M چپ است که با ضرب در اسکالر $m \cdot r = rm$ ساختار R -مدول راست دارد.

- | | |
|---|--------------|
| <p>سؤال ۱. فرض کنید R حلقه‌ای نوتری و M یک R-مدول متناهی مولد باشد. با ذکر دلیل، مجموعه‌های $\text{Zd}_R(M)$ و $\sqrt{\text{Ann}_R(M)}$ را بر حسب اعضای $\text{Ass}_R(M)$ بنویسید. در کدام مورد شرط متناهی مولد بودن M زاید است؟</p> | } ۱۰
نمره |
| <p>سؤال ۲. فرض کنید R حلقه‌ای نوتری، $M \neq 0$ یک R-مدول متناهی مولد و Q زیر مدولی از M باشد. با ذکر دلیل، شرطی لازم و کافی برای تک‌عضوی بودن $\text{Ass}_R\left(\frac{M}{Q}\right)$ بنویسید.</p> | } ۱۰
نمره |
| <p>سؤال ۳. صورت قضیه نزول را به طور دقیق بنویسید و آن را ثابت کنید (صورت سه‌لم مورد نیاز نریبستی به طور دقیق نوشته شوند).</p> | } ۱۰
نمره |
| <p>سؤال ۴. صورت قضیه ایده آل اصلی کردول را به طور دقیق بنویسید و آن را ثابت کنید (لم‌های مورد نیاز نریبستی به طور دقیق بیان و اثبات شوند).</p> | } ۱۰
نمره |
| <p>سؤال ۵. در حلقه موضعی و نوتری (R, m)، با ذکر دلیل، $\dim R$ را بر حسب تعداد اعضای که ایده آل اولیه تولید می‌کنند بنویسید.</p> | } ۱۰
نمره |
| <p>سؤال ۶. ثابت کنید هر حلقه موضعی نولم، حوزه صحیح است (صورت سه‌لم مورد نیاز نریبستی به طور دقیق نوشته شوند).</p> | } ۱۰
نمره |
| <p>سؤال ۷. فرض کنید R حلقه‌ای نوتری، M یک R-مدول متناهی مولد و N یک R-مدول دلخواه باشد. ثابت کنید $\text{Ass}_R(\text{Hom}_R(M, N)) = \text{Supp}_R(M) \cap \text{Ass}_R(N)$.</p> | } ۱۰
نمره |
| <p>سؤال ۸. فرض کنید S یک حلقه باشد و $R \leq S$. ثابت کنید اگر S روی R صحیح باشد، آنگاه بُعد R و S برابرند. به علاوه اگر $J \leq S$ و $I = J \cap R$، ثابت کنید $\text{ht}_S J \leq \text{ht}_R I$.</p> | } ۱۰
نمره |