



تاریخ امتحان: ۸۷/۸/۳۰
مدت امتحان: ۳ ساعت

امتحان میان‌ترم ریاضی مهندسی

۲۲ - ۰۳۵

نیمسال اول ۸۸-۸۷

سؤال ۱. فرض کنید تابع $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = \sin x$ داده شده است. سری فوریه کسینوسی f را به دست آورید و سپس با استفاده از اتحاد پارسوال مقدار سری

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n^2 - 1)^2}$$

را محاسبه کنید.

سؤال ۲. فرض کنید تابع $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = e^{-x}$ داده شده است. انتگرال فوریه سینوسی f را به دست آورید و سپس با استفاده از قضیه انتگرال فوریه مقدار انتگرال

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 1} dx$$

را محاسبه کنید.

سؤال ۳. جواب صوری مسأله زیر را به دست آورید و سپس نشان دهید که جواب صوری به دست آمده، جواب واقعی مسأله است.

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & : 0 < x < \pi, 0 < y < \pi \\ u(x, 0) = \sinh \pi \cos x & : 0 \leq x \leq \pi \\ u(x, \pi) = 0 & : 0 \leq x \leq \pi \\ u_x(0, y) = 0 & : 0 \leq y \leq \pi \\ u_x(\pi, y) = 0 & : 0 \leq y \leq \pi \end{cases}$$

سؤال ۴. فرض کنید تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = 2$ برای $0 \leq x < \infty$ و $f(x) = 0$ برای $-\infty < x < 0$ داده شده است. با توجه به اینکه برای $a > 0$ داریم $\mathcal{F}(e^{-ax^2}) = \frac{1}{\sqrt{a}} e^{-\omega^2/4a}$ ، جواب صوری مسأله زیر را به دست آورید.

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & : -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) & : -\infty < x < \infty \\ u, u_x \rightarrow 0 & \text{دائریم } |x| \rightarrow \infty \end{cases}$$

توزیع نمره. هر سؤال ۲۵ نمره دارد.

مجموع: ۱۰۰ نمره