



تاریخ امتحان: ۸۷/۱۰/۲۶
مدت امتحان: ۲/۵ ساعت

امتحان پایان ترم ریاضی مهندسی

۲۲ - ۰۳۵

نیمسال اول ۸۸-۸۷

سؤال ۱. فرض کنید a عددی مختلط باشد و تابع $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ را با ضابطه $f(z) = a|z|^2 + \bar{a}\text{Re}(z^2)$ در نظر بگیرید. عدد a را طوری تعیین کنید که تابع f در تمام نقاط \mathbb{C} پیوسته بوده، لیکن فقط در نقاط روی نیمساز ربع اول و سوم از صفحه مختلط مشتق پذیر باشد. سپس به ازای a به دست آمده ضابطه f' را مشخص کنید.

سؤال ۲. نگاشتی بیابید که میدان $D_1 = \{z \in \mathbb{C} : 0 < \text{Arg} z < \frac{\pi}{4}\}$ را به طور همدیس، یک به یک و پوشا بر قرص باز $D_2 = \{w \in \mathbb{C} : |w - 1| < 2\}$ بنگارد.

سؤال ۳. با استفاده از قضیه انتگرال کشی و نیز فرمول انتگرال کشی حاصل انتگرال زیر را به ازای تمام خم های ژردان و قطعه به قطعه هموار C که انتگرال موجود است حساب کنید.

$$\int_C \frac{e^{iz}}{z^2 + 1} dz$$

سؤال ۴. فرض کنید C خمی ژردان و قطعه به قطعه هموار باشد با این ویژگی که مبدأ مختصات در درون آن واقع است. با استفاده از قضیه مانده حاصل انتگرال زیر را حساب کنید.

$$\int_C \frac{e^{1/z^2}}{z} dz$$

سؤال ۵. با استفاده از مفاهیم نظریه توابع مختلط حاصل انتگرال حقیقی زیر را حساب کنید.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx$$

توزیع نمره. هر سؤال ۲۰ نمره دارد.

مجموع: ۱۰۰ نمره