



تاریخ امتحان: ۹۰/۱۰/۲۶  
مدت امتحان: ۲/۵ ساعت

امتحان پایان ترم جبر ۳

۲۰۹ - ۲۲

نیمسال اول ۹۱-۹۰

سؤال ۱. فرض کنید میدان  $L$  توسیعی متناهی از میدان  $K$  باشد و  $G$  را زیرگروهی متناهی از گروه گالوای  $\text{Gal}(L:K)$  در نظر بگیرید. ثابت کنید  $|L:K| = |G|$ .

سؤال ۲. فرض کنید  $K$  یک میدان و  $L$  میدان شکافنده یک چندجمله‌ای مثل  $f \in K[X]$  روی  $K$  باشد. ثابت کنید  $L$  توسیع نرمال  $K$  است.

سؤال ۳. فرض کنید میدان  $L$  توسیعی متناهی و جداپذیر از میدان  $K$  باشد و  $E$  را زیرمیدانی از  $L$  در نظر بگیرید که شامل  $K$  است. ثابت کنید  $L$  توسیع جداپذیر  $E$  است.

سؤال ۴. میدان شکافنده چندجمله‌ای  $f = X^4 + 3 \in \mathbb{Q}[X]$  را روی  $\mathbb{Q}$  به دست آورید. سپس درجه این میدان را روی  $\mathbb{Q}$  محاسبه کنید.

سؤال ۵. گروه گالوای  $\text{Gal}(\mathbb{Q}(i + \sqrt{2}) : \mathbb{Q})$  را شناسایی کنید.

سؤال ۶. بستار نرمال  $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$  را روی  $\mathbb{Q}$  به دست آورید.

توزیع نمره. هر سؤال ۲۰ نمره دارد.

مجموع: ۱۲۰ نمره