



تاریخ امتحان: ۹۳/۳/۲۵  
مدت امتحان: ۳ ساعت

امتحان پایان ترم ریاضی عمومی ۱

۲۲ - ۰۱۵

نیمسال دوم ۹۳-۹۲

- این امتحان شامل ۶ سؤال است. پاسخ سؤالات را به ترتیب در کتابچه امتحانی بنویسید و در هر برگه کتابچه فقط و فقط به یک سؤال پاسخ دهید.
- برای نشان دادن درستی جواب‌های خود استدلال کنید و از به کار بردن عباراتی چون «واضح است» یا «بدیهی است» پرهیز کنید.
- استفاده از ماشین حساب در طول جلسه امتحان ممنوع است.

سؤال ۱. انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

$$(الف) \int \frac{1}{(3-2x-x^2)^{\frac{5}{2}}} dx \quad (ب) \int \frac{x^2+3}{x^5+2x^3+x} dx \quad (ج) \int (\ln x)^2 dx$$

سؤال ۲. دایره‌ای به شعاع ۱ و به مرکز (۳, ۰) را حول محور  $y$  دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل از این دوران را محاسبه کنید.

سؤال ۳. دنباله  $\{a_n\}$  را به صورت  $a_n = n^{-\frac{1}{2}}(\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n})$  تعریف می‌کنیم. حد  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  را محاسبه کنید.

سؤال ۴. همگرایی یا واگرایی سری‌های زیر را بررسی کنید.

$$(الف) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} \quad (ب) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n \quad (ج) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$$

سؤال ۵. تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \tan^{-1} x$  را به سری تیلور حول صفر بسط دهید.

سؤال ۶. تابع  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  را با ضابطه  $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$  تعریف می‌کنیم. حد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-f(x)}{x^3}$  را محاسبه کنید.

توزیع نمره. سؤال ۱: ۱۰+۱۰+۱۰ نمره، سؤال ۲: ۱۵ نمره، سؤال ۳: ۱۰ نمره، سؤال ۴: ۱۰+۵+۱۰ نمره، سؤال ۵: ۱۰ نمره، سؤال ۶: ۱۰ نمره.

مجموع: ۱۰۰ نمره