



تاریخ امتحان: ۹۳/۸/۲۹
مدت امتحان: ۳ ساعت

امتحان میان‌ترم آشنایی با توپولوژی جبری

۲۲ - ۵۶۵

نیمسال اول ۹۴-۹۳

سؤال ۱. فرض کنید X یک فضای توپولوژیک باشد با این ویژگی که برای هر سه مسیر α, β و γ در X ، تساوی $(\alpha\beta)\gamma = \alpha(\beta\gamma)$ برقرار است (مشروط بر اینکه طرفین تساوی تعریف شده باشند). مؤلفه‌های همبندی مسیری X چگونه‌اند؟ چرا؟

سؤال ۲. صورت قضیه ترفیع مسیر را بنویسید و آن را ثابت کنید. (صورت و اثبات لم لازم نیز باید نوشته شود).

سؤال ۳. فرض کنید E و X دو فضای توپولوژیک باشند، $e \in E$ و $b \in X$. هم‌چنین، E را فضای پوششی X با نگاشت پوششی $p: E \rightarrow X$ در نظر بگیرید طوری که $p(e) = b$. ضابطه تابع $\Phi: \pi_1(X, b) \rightarrow p^{-1}(b)$ را مشخص کرده و خوش تعریفی آن را نشان دهید. ثابت کنید اگر E همبند ساده باشد، آنگاه Φ تابعی یک‌به‌یک و پوشا است.

سؤال ۴. گروه‌های بنیادی فضای تصویری P^n و دایره S^1 را محاسبه کنید.

سؤال ۵. ثابت کنید \mathbb{C} فضای پوششی $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ با نگاشت پوششی $p: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{0\}$ با ضابطه $p(z) = e^z$ است. به کمک این مطلب گروه بنیادی $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ را محاسبه کنید.

سؤال ۶. با استفاده از هم‌ریختی القایی ثابت کنید تابع پیوسته‌ای مثل $f: B^2 \rightarrow S^1$ وجود ندارد که برای هر $f(z) = z, z \in S^1$. به کمک این مطلب نشان دهید هر تابع پیوسته از B^2 به B^2 نقطه ثابت دارد.

توزیع نمره. سؤال ۱: ۱۰ نمره، سؤال ۲: ۱۰+۱۰ نمره،
سؤال ۳: ۱۰+۱۰ نمره، سؤال ۴: ۱۰+۵ نمره،
سؤال ۵: ۱۰+۵ نمره، سؤال ۶: ۱۰+۱۰ نمره.

مجموع: ۱۰۰ نمره