



تاریخ امتحان: ۹۳/۱۰/۲۷
مدت امتحان: ۳ ساعت

امتحان پایان ترم آشنایی با توپولوژی جبری

۲۲ - ۵۶۵

نیمسال اول ۹۴-۹۳

- سؤال ۱. فرض کنید X و Y دو فضای توپولوژیک باشند، $f: X \rightarrow Y$ یک هم‌ارزی هوموتوپی، $b \in X$ و $c = f(b)$. ثابت کنید $\pi_1(X, b) \cong \pi_1(Y, c)$.
- سؤال ۲. ثابت کنید هر فضای توپولوژیک انقباض‌پذیر، همبند ساده است.
- سؤال ۳. فرض کنید X یک فضای متریک فشرده و $f, g: X \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{0\}$ دو تابع پیوسته باشند. ثابت کنید f و g هوموتوپیک هستند اگر و فقط اگر f/g نمایی باشد.
- سؤال ۴. صورت قضیه خم ژردان را بنویسید و آن را ثابت کنید. (نیازی به نوشتن صورت لم‌های لازم یا اثبات آنها نمی‌باشد.)
- سؤال ۵. فرض کنید X یک فضای توپولوژیک باشد و $b \in X$. ثابت کنید برای هر $n \geq 2$ ، گروه $\pi_n(X, b)$ آبلی است. (صورت و اثبات لم لازم نیز باید نوشته شود.)
- سؤال ۶. ثابت کنید کره S^n توکشیده هموار قرص B^{n+1} نمی‌باشد.
- سؤال ۷. فرض کنید X و Y دو فضای توپولوژیک باشند. ثابت کنید اگر Y انقباض‌پذیر باشد، آنگاه $X \times Y$ هم‌ارز هوموتوپیک با X است.
- سؤال ۸. فرض کنید X و Y دو فضای توپولوژیک باشند، $b \in X$ و $c \in Y$. ثابت کنید برای هر $n \geq 1$ ، $\pi_n(X \times Y, (b, c)) \cong \pi_n(X, b) \times \pi_n(Y, c)$.

سؤال ۱: ۱۰ نمره،	سؤال ۲: ۱۰ نمره،
سؤال ۳: ۱۰+۵ نمره،	سؤال ۴: ۱۰ نمره،
سؤال ۵: ۱۰+۱۰ نمره،	سؤال ۶: ۱۰ نمره،
سؤال ۷: ۱۰ نمره،	سؤال ۸: ۱۵ نمره.

مجموع: ۱۰۰ نمره