



تاریخ: ۹۴/۱۰/۲۰
شماره:
پیوست:

دانشکده علوم ریاضی

مدت امتحان: ۴ ساعت

امتحان پایان ترم جبر پیشرفته

۲۲ - ۲۲۶+

نیمسال اول ۹۵-۹۴

توجه: در این امتحان منظور از حلقه، حلقه یکدار است که در آن $1 \neq 0$. برای هر زیرحلقه S از حلقه R ، $1_S = 1_R$ و برای هر هم‌ریختی حلقه‌ای $\varphi: R \rightarrow R'$ ، $\varphi(1_R) = 1_{R'}$.

- سؤال ۱. فرض کنید R حلقه و E یک R -مدول باشد که توسیع اساسی سره ندارد. ثابت کنید E انژکتیو است.
- سؤال ۲. فرض کنید R حلقه و $\{F_i\}_{i \in I}$ خانواده‌ای ناتهی از R -مدول‌های راست باشد. ثابت کنید $\prod_{i \in I} F_i$ یکدست است اگر و فقط اگر به ازای هر i ، F_i یکدست باشد.
- سؤال ۳. فرض کنید R حلقه و M یک R -مدول باشد که هم نوتری است و هم آرتینی. ثابت کنید M با طول متناهی است.
- سؤال ۴. صورت قضیه پایه هیلبرت را بنویسید و آن را ثابت کنید.
- سؤال ۵. فرض کنید R یک حوزه صحیح نامتناهی باشد با این ویژگی که فقط تعدادی متناهی عضو وارونپذیر دارد. ثابت کنید $J(R) = 0$ و $|\text{Max}(R)| = \infty$.
- سؤال ۶. فرض کنید R یک حلقه جابه‌جایی باشد طوری که به ازای هر $m \in \text{Max}(R)$ ، عضوی خودتوان از R مثل x موجود باشد که $m = \langle x \rangle$. ثابت کنید R آرتینی است.
- سؤال ۷. فرض کنید R حلقه باشد، M یک R -مدول و $x \in M$ عضوی غیرصفر. ثابت کنید R -مدولی ساده مثل N و R -هم‌ریختی‌ای مثل $\varphi: M \rightarrow E(N)$ موجود است که $\varphi(x) \neq 0$.
- سؤال ۸. فرض کنید R حلقه‌ای نیم‌ساده باشد و $a, b \in R$. ثابت کنید اگر $ab = 1$ ، آنگاه $ba = 1$.

توزیع نمره. سؤال‌های ۴ و ۶: هر کدام ۲۰ نمره،
بقیه سؤال‌ها: هر کدام ۱۰ نمره.

مجموع: ۱۰۰ نمره